

Leképezések (Zobrazenia)

$A, B \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (síkbeli leképezés)

rendezett pontpár (*usporiadaná dvojica bodov*) – két pont adott sorrendben (függ a sorrendtől)

jelölése: $[a; b]$ vagy $(a; b)$

$$[a; b] = [b; a] \Leftrightarrow a = b$$

két halmaz Descartes-szorzata (*karteziánsky/kartézsky súčin dvoch množín*) – a két halmaz elemeiből képzett összes rendezett elempár halmaza, melyekhez az első helyre az első a második helyre pedig a második halmazból választjuk az elemeket

$$A \times B := \{[a; b] \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$\text{ha } |A| = n \text{ a } |B| = m \Rightarrow |A \times B| = n \cdot m$$

pl. $A = \{a; b; c; d; e\}; B = \{K; L; M; N\}$

$$A \times B = \{[a; K]; [a; L]; [a; M]; [a; N]; \\ [b; K]; [b; L]; [b; M]; [b; N]; \\ [c; K]; [c; L]; [c; M]; [c; N]; \\ [d; K]; [d; L]; [d; M]; [d; N]; \\ [e; K]; [e; L]; [e; M]; [e; N];\}$$

D. A leképezés (zobrazenie) egy olyan részhalmaza két ponthalmaz Descartes-szorzatának, melyben a rendezett pontpárok első helyén nem ismétlődik egyetlen eleme sem az első halmaznak.

$$\varphi \subset A \times B$$

$$\varphi := \{[a; b] \mid a \in A \wedge b \in B; \forall [a_1; b_1]; [a_2; b_2] \in \varphi \wedge a_1 = a_2 \Rightarrow b_1 = b_2\}$$

D. (rövid változat) Minden őshöz (ponthoz) csak egy kép tartozik.

pl. $\varphi_1 = \{[a; M]; [b; K]; [e; L]\}$

$$\varphi_2 = \{[a; L]; [b; M]; [c; N]; [d; K]; [e; N]\}$$

$$\varphi_3 = \{[a; N]; [c; L]; [d; M]; [e; K]\}$$

ellenpélda: $\varphi_4 = \{[a; K]; [b; L]; [c; L]; [d; L]; [d; N]; [e; M]\}$

a leképezés **értelmezési tartománya** (*definíčný obor zobrazenia*) – az ősök halmaza: azon elemek halmaza, melyek a leképezéshez tartozó rendezett pontpárok első helyein szerepelnek

$$D(\varphi) \subseteq A$$

$$D(\varphi) := \{a \mid \exists b: [a; b] \in \varphi\}$$

$$\text{pl. } D(\varphi_1) = \{a; b; e\}, D(\varphi_2) = \{a; b; c; d; e\}, D(\varphi_3) = \{a; c; d; e\}$$

a leképezés **értékkészlete** (*obor hodnôt zobrazenia*) – a képek halmaza: azon elemek halmaza, melyek a leképezéshez tartozó rendezett pontpárok második helyein szerepelnek

$$H(\varphi) \subseteq B$$

$$H(\varphi) := \{b \mid \exists a: [a; b] \in \varphi\}$$

$$\text{pl. } H(\varphi_1) = \{K; L; M\}, H(\varphi_2) = \{K; L; M; N\}, H(\varphi_3) = \{K; L; M; N\}$$

injektív leképezés – kölcsönösen egyértelmű/egy-egyértelmű leképezés (*injektívne/prosté zobrazenie*) – a leképezéshez tartozó rendezett pontpárok második helyein nem ismétlődik a második halmaz egyetlen eleme sem

$$\varphi := \{\forall [a_1; b_1]; [a_2; b_2] \in \varphi \wedge b_1 = b_2 \Rightarrow a_1 = a_2\}$$

a φ_1 és a φ_3 leképezések injektívek

szürjektív leképezés – ráképezés (*surjektívne zobrazenie – zobrazenie na množinu B*) – a második halmaz (B) minden eleme képpé válik (legalább egyszer hozzárendeljük az első halmaz valamely eleméhez)

$$H(\varphi) = B$$

$$H(\varphi) = \{b \mid \forall b \in B \Rightarrow \exists a: [a; b] \in \varphi\}$$

a φ_2 és a φ_3 leképezések szürjektívek

bijektív leképezés – kölcsönösen egyértelmű ráképezés (*bijektívne – jednojednoznačné/vzájomne jednoznačné zobrazenie*) – injektív és szürjektív is

a φ_3 leképezés bijektív

a leképezés invariáns (fix) pontja (*samodružný bod zobrazenia*) – a pont őse és képe azonos (helyben marad)

$$\varphi(S) = S$$

a leképezés invariáns alakzata (*samodružný útvar zobrazenia*) – az alakzat őse és képe egybeesik (önmagára képeződik le)

$$\forall B \in U \Rightarrow \varphi(B) \in U$$