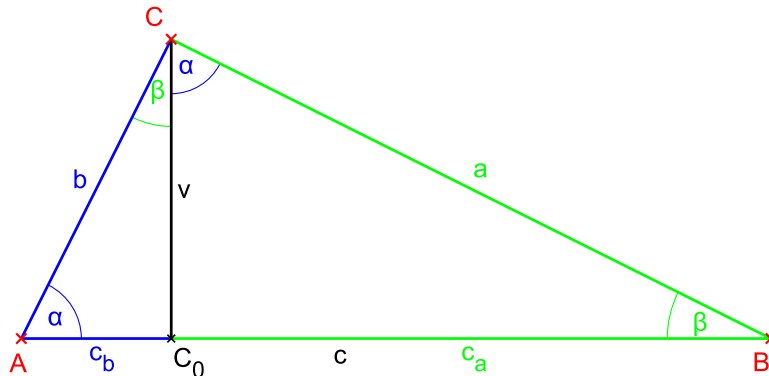


Euklidove vety a veta Pytagorova

Správne označený pravouhlý trojuholník: ak názvy vrcholov sú tri za sebou idúce písmená abecedy, potom posledné písmeno má byť pri pravom uhle (C). **Odvesny** (a; b) sú strany, ktoré zvierajú pravý uhol – sú kratšie; **prepona** (c) spája odvesny, leží oproti pravému uhlu – je najdlhšia.

V pravouhlom trojuholníku ABC pása výšky (C_0) rozdelí preponu na dva úseky: c_a a c_b . Preto dostali práve tie názvy, lebo môžeme ich považovať za pravouhlé priemety odvesien na preponu (alebo úsek prepony priľahlý k odvesne).



vznikli ďalšie dva pravouhlé trojuholníky $\rightarrow$ v tých jeden ostrý uhol je spoločný s pôvodným trojuholníkom ABC, je tam ešte pravý uhol, a preto druhý ostrý sa rovná tomu druhému z pôvodnej – presne ten uhol doplní súčet vnútorných uhlov na 180°

$$\sphericalangle BCC_0 \cong \sphericalangle BAC; \sphericalangle ACC_0 \cong \sphericalangle ABC$$

z toho vyplýva, že trojuholníky sú podobné

$$\triangle ABC \sim \triangle ACC_0 \sim \triangle BCC_0$$

potom môžeme písať rovnosť pomerov strán

do pomeru si vyberme dvojicu trojuholníkov a vždy jednu stranu takú, ktorá je spoločná

prvá dvojica: $\triangle ABC \sim \triangle ACC_0$

spoločná strana: $b - v$ $\triangle ABC$ je odvesnou oproti β ; v $\triangle ACC_0$ je preponou

$$\frac{b}{c_b} = \frac{c}{b} \quad / \cdot b \cdot c_b$$

odstránime zlomky

$$b^2 = c \cdot c_b$$

môžeme aj odmocniť

$$b = \sqrt{c \cdot c_b}$$

druhá dvojica: $\triangle ABC \sim \triangle BCC_0$

spoločná strana: $a - v$ $\triangle ABC$ je odvesnou oproti α ; v $\triangle BCC_0$ je preponou

$$\frac{a}{c_a} = \frac{c}{a} \quad / \cdot a \cdot c_a$$

odstránime zlomky

$$a^2 = c \cdot c_a$$

môžeme aj odmocniť

$$a = \sqrt{c \cdot c_a}$$

tretia dvojica: $\triangle ACC_0 \sim \triangle BCC_0$

spoločná strana: $v - v$ $\triangle ACC_0$ je odvesnou oproti α ; v $\triangle BCC_0$ je odvesnou oproti β

$$\frac{v}{c_a} = \frac{c_b}{v} \quad / \cdot v \cdot c_a$$

odstránime zlomky

$$v^2 = c_a \cdot c_b$$

môžeme aj odmocniť

$$v = \sqrt{c_a \cdot c_b}$$

V. (Euklidova veta o odvesne) Obsah štvorca nad odvesnou sa rovná obsahu obdĺžnika ktorý má jednu stranu preponu a druhú pravouhlý priemet odvesny na preponu.

Odvesna je geometrickým priemerom prepony a pravouhlého priemetu odvesny na preponu.

V. (Euklidova veta o výške) Obsah štvorca nad výškou sa rovná obsahu obdĺžnika ktorý má strany dva pravouhlé priemety odvesien na prepone.

Výška je geometrickým priemerom pravouhlých priemetov odvesien na prepone.

V. (Pytagorova veta) Obsah štvorca nad preponou sa rovná súčtu obsahov štvorcov nad odvesnami.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dô 1.

z Euklidových viet zlúčením

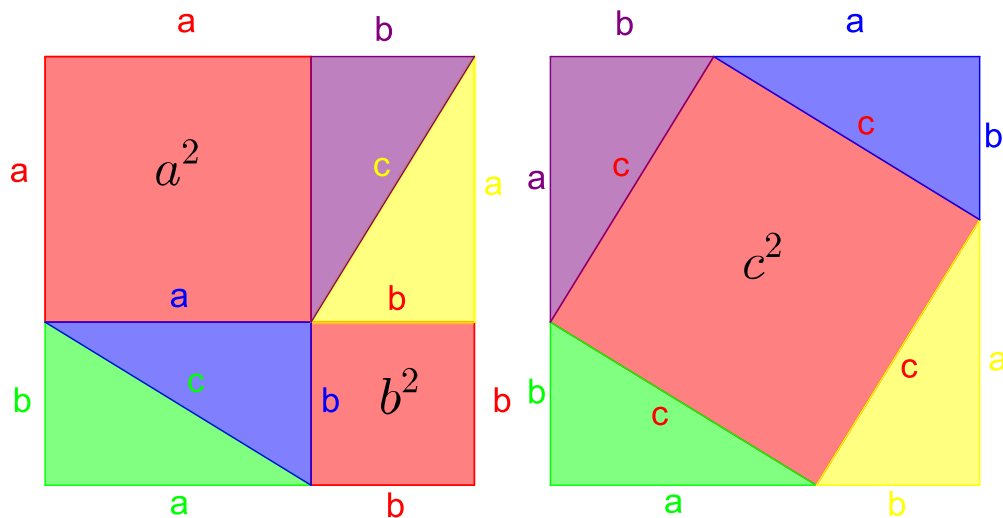
$$\left. \begin{array}{l} a^2 = c \cdot c_a \\ b^2 = c \cdot c_b \end{array} \right\} \text{I.} + \text{II.}$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot c_a + c \cdot c_b$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot (c_a + c_b)$$

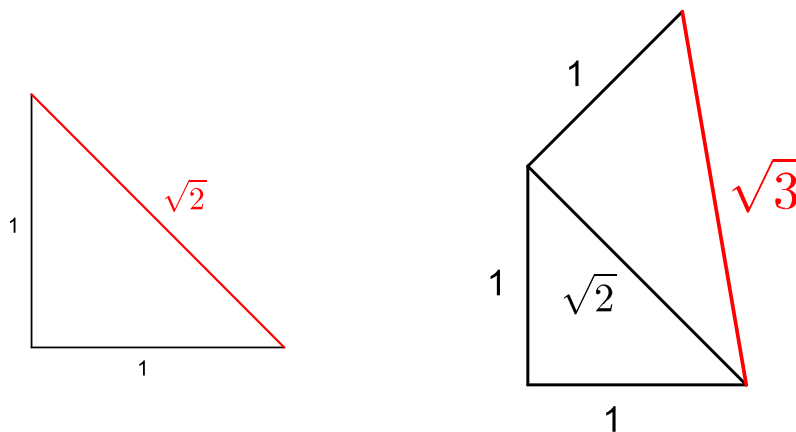
$$a^2 + b^2 = c \cdot c$$

Dô 2.



príklad:

Zostrojte iracionálnu vzdialenosť $\sqrt{2}$ a $\sqrt{3}$ pomocou Pytagorovej vety.



argument odmocniny máme dostať ako súčet alebo rozdiel druhých mocnín celých čísel keď súčet, tak odmocnina bude prepona (obrázok nad)

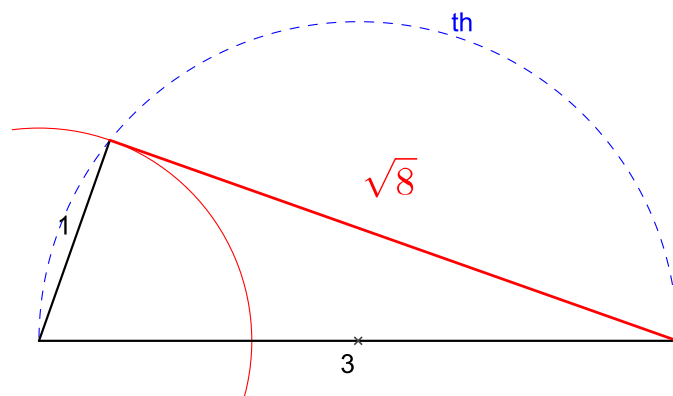
keď rozdiel, využime thalesovú kružnicu, a odmocnina bude odvesna (obrázok pod)

$$\text{pr. } 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$$

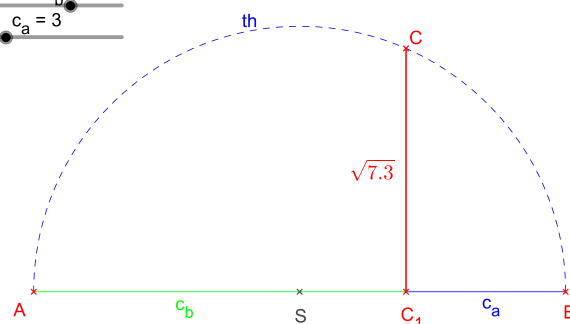
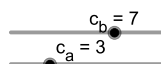
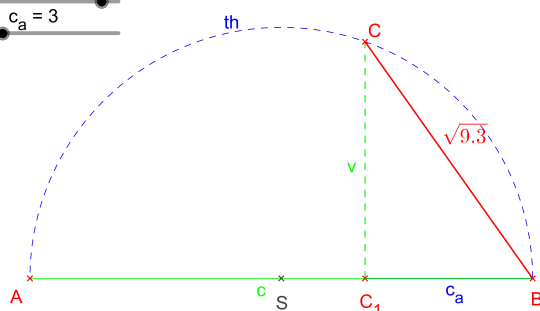
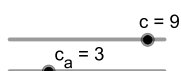
ľubovoľné číslo tak nemôžeme dostať vždy v prvom kroku

$$\text{pr. pri } \sqrt{3} \text{ využime } \sqrt{2}$$

Zostrojte iracionálnu vzdialenosť $\sqrt{8}$ pomocou Pytagorovej vety.



Zostrojte iracionálnu vzdialenosť $\sqrt{27}$ a $\sqrt{21}$ pomocou Euklidovej vety.



jednoduchšie (v jednom kroku) konštruovať iracionálnu dĺžku pomocou Euklidovej vety
argument odmocniny rozložíme na súčin celých čísel – aj prvočísla môžeme napríklad 1-krát číslo
ak chceme využiť EV o odvesne, potom väčší činiteľ bude dĺžka prepony ($c = 9$) a menší činiteľ ($c_a = 3$) úsek prepony po päť výšky, nad ktorým potom **odvesna** bude mať hľadanú iracionálnu dĺžku ($\sqrt{27}$)
ak chceme využiť EV o výške, potom dva činitele spolu dávajú dĺžku prepony ($c = 7 + 3$) a päť výšky
delí preponu na tie dva úseky, a **výška** bude mať tú hľadanú dĺžku ($\sqrt{21}$)
v oboch prípadoch thalesovou kružnicou nájdeme druhý koniec výšky