

Az inverz függvény (Inverzná funkcia)

D. Legyen adott az $f = \{(x; y) \mid x \in X \wedge y \in Y\}$ függvény. Ekkor az f függvény f^{-1} **inverz függvénye**:
 $f^{-1} = \{(y; x) \mid y \in Y \wedge x \in X\}$, amennyiben ez függvény.

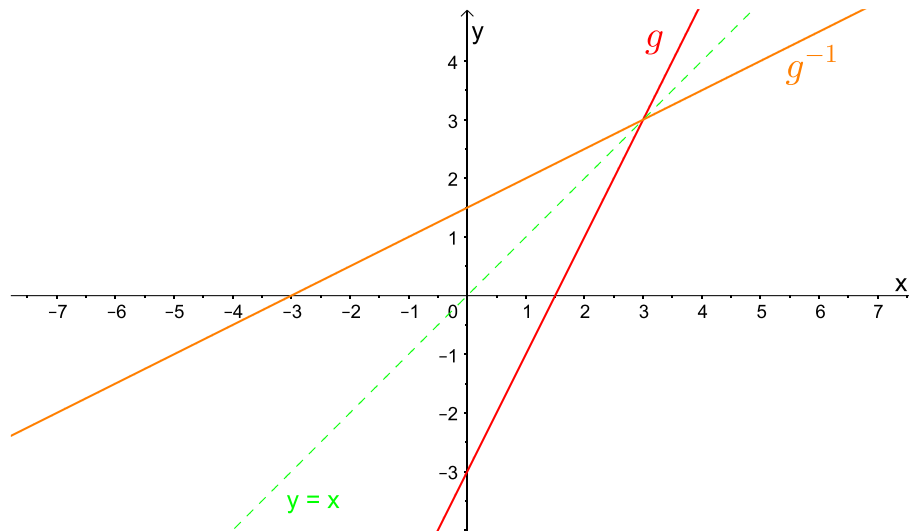
T. Csak a kölcsönösen egyértelmű függvényeknek van inverz függvénye (a függvényértékek nem ismétlődnek).

A definícióból következik, hogy a függvény értelmezési tartománya lesz az inverz függvényének az értékkészlete és fordítva.

$$D_f = H_{f^{-1}} \wedge H_f = D_{f^{-1}}$$

pl. $g: y = 2x - 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y
$2x - 3$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	g^{-1}



Hogy határozhatjuk meg, hogy melyik függvényről van szó?
 a függvény előírásából kifejezzük x-et

$$y = 2x - 3 \quad /+3$$

$$y + 3 = 2x \quad /:2$$

$$\frac{1}{2}y + \frac{3}{2} = x$$

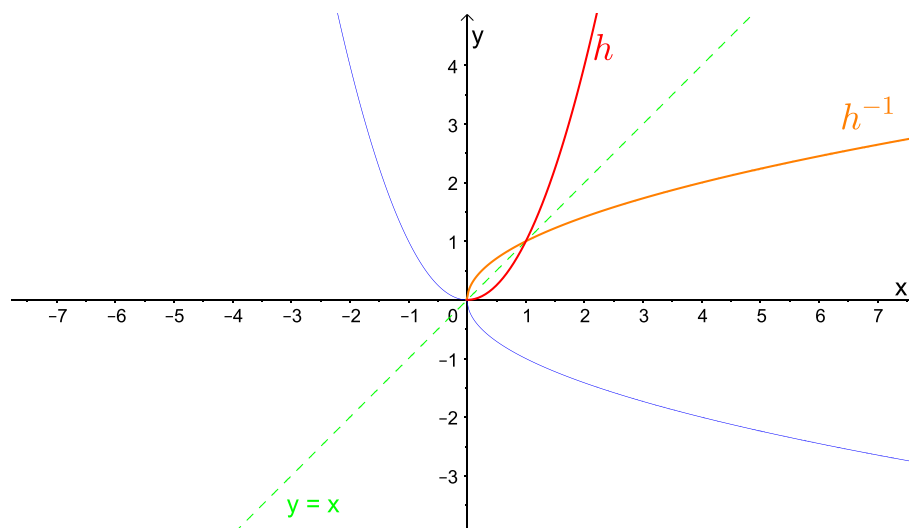
kicserélni x-et y-ra és fordítva

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = y$$

$$g^{-1}: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

pl. $h: y = x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y
x^2	9	4	1	0	1	4	9	h^{-1}



ebben az esetben az „inverz“ függvényben az x értékekhez két y érték is tartozik (kivétel 0) – vagyis ami keletkezett az nem függvény $\Leftrightarrow$ a másodfokú függvény nem kölcsönösen egyértelmű

DE, ha a függvény értelmezési tartományát leszűkítjük az $\mathbb{R}_0^+ = \langle 0; \infty \rangle$ intervallumra, akkor ezen az intervallumon már kölcsönösen egyértelmű lesz, így invertálható

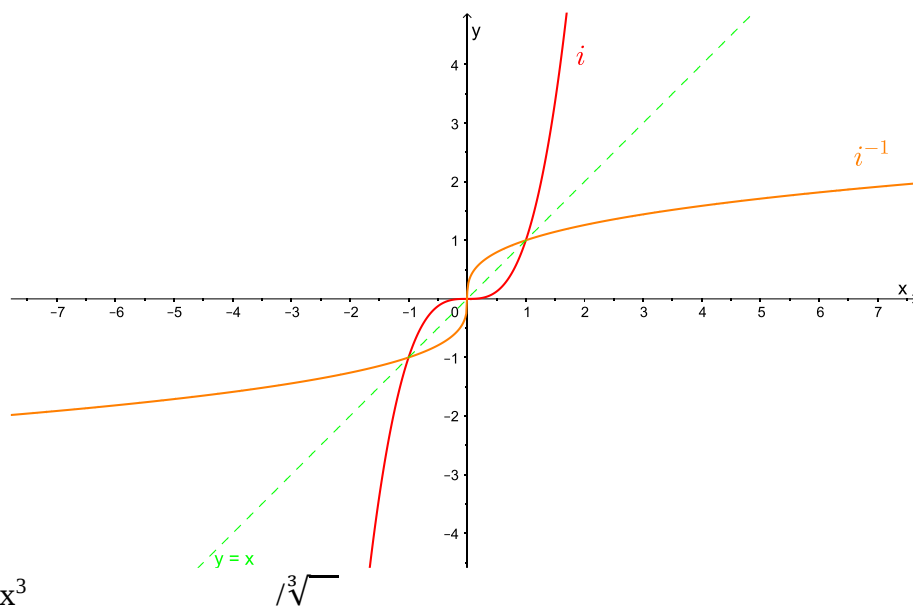
$$y = x^2 \quad \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{y} = x$$

$$h^{-1}: y = \sqrt{x}$$

pl. $i: y = x^3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y
x^3	-27	-8	-1	0	1	8	27	i^{-1}



$$y = x^3 \quad \sqrt[3]{\quad}$$

$$\sqrt[3]{y} = x$$

$$i^{-1}: y = \sqrt[3]{x}$$

M. Ha a másodfokú függvényt értelmezési tartományát a negatív számokra szűkítenénk, akkor a parabola bal fele maradna meg – ahol a függvény monoton csökkenő. Az ehhez tartozó inverz függvény szintén csökkenő – a kék fele a fekvő parabolának.

T. Egy függvény és inverze monotonitás szempontjából megegyeznek. Az invertálás monotonitás-tartó.

T. Egy függvény és inverzének grafikonja tengelyesen tükrös (szimmetrikus) az $y = x$ egyenletű egyenes szerint (zöld szaggatott).